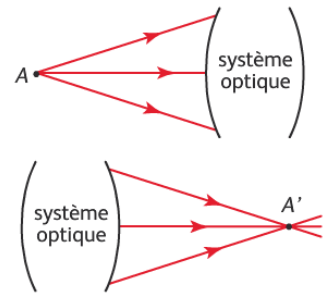


Modélisation des systèmes optiques par des lentilles minces

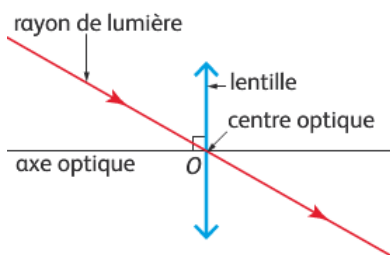
Prérequis : axiomes fondamentaux de l'optique géométrique

- La lumière se propage en ligne droite selon des rayons lumineux orientés.
- L'objet est modélisé par un ensemble de points objets, chacun étant l'intersection de rayons incidents sur le système optique (lentilles, miroirs...).
- L'image est modélisée par un ensemble de points images, chacun étant l'intersection de rayons émergents du système optique.



1 – Modélisation des lentilles minces convergentes

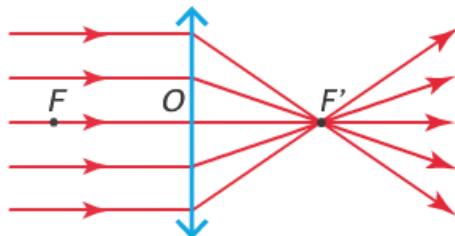
1.1 – Propriétés fondamentales



Le modèle de la lentille mince convergente néglige l'épaisseur de sa partie centrale qui se réduit alors à un point unique appelé centre optique et noté O ; la lentille est représentée par une double flèche, et l'axe optique de la lentille est confondu avec la droite perpendiculaire à la lentille passant par O.

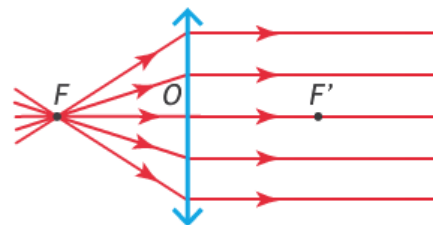
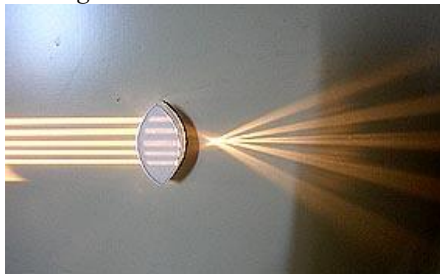
Un rayon lumineux passant par O n'est pas dévié.

Les foyers principaux sont deux points remarquables de l'axe optique, symétriques l'un de l'autre par rapport à O.



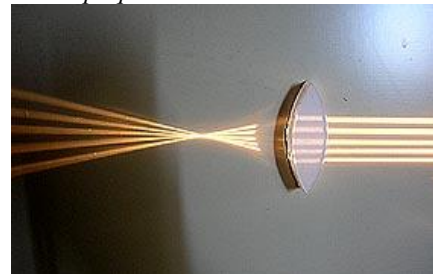
Foyer principal image F'

Deux rayons incidents parallèles à l'axe optique donnent des rayons émergents qui convergent en F'.



Foyer principal objet F

Des rayons incidents passant par F donnent des rayons émergents parallèles à l'axe optique.



L'axe optique est orienté dans le sens de la propagation de la lumière. Pour garder cette convention, on utilise la mesure algébrique (voir ci-contre) : ainsi, la distance focale f' de la lentille est donnée par

$$f' = \overline{OF'} = -\overline{OF}$$

On considère un axe orienté (D, \vec{i}) ;
A et B sont deux points de D.
Par définition, la mesure algébrique de \overline{AB} , notée \overline{AB} , est l'unique réel tel que :
 $\overline{AB} = \overline{AB} \cdot \vec{i}$.
Selon les cas, \overline{AB} est positif ou négatif.

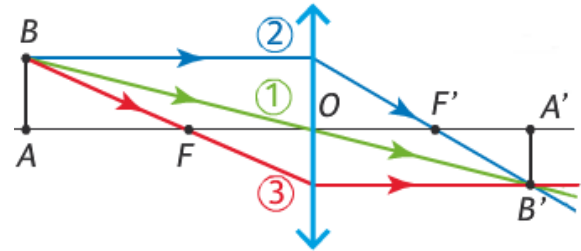
La **vergence** de la lentille, notée C ou V, est donnée en **dioptries** (symbole δ) si f' est en mètres dans la relation suivante,

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{1}{OF'}$$

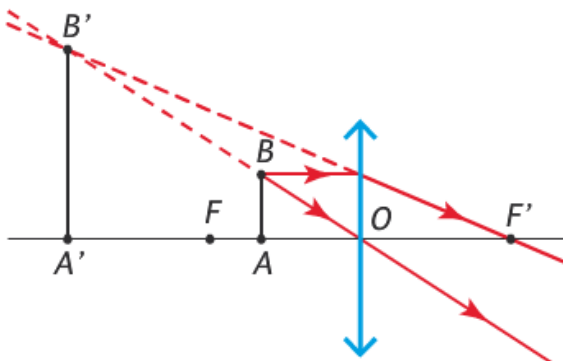
1.2 – Construction graphique d'une image

On se limite ici à la construction de l'image d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique. L'image A'B' est elle aussi perpendiculaire à l'axe optique (condition d'aplanétisme de la lentille).

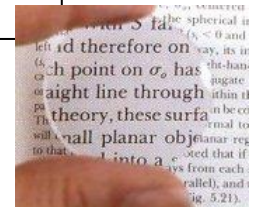
La construction repose sur celle du point B', et cette dernière est conduite à l'aide de rayons particuliers issus de B. A' s'en déduit par projection orthogonale de B' sur l'axe. Elle s'effectue donc en trois temps, représentés par les trois rayons ci-contre.



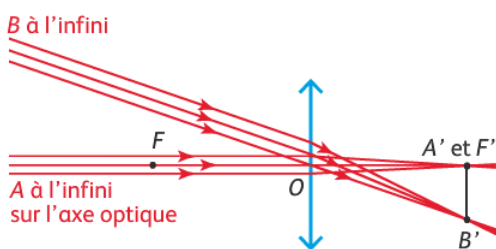
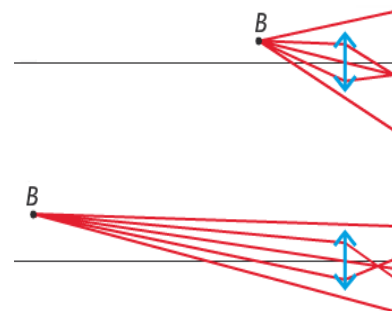
Suivant la distance entre l'objet et la lentille, l'image obtenue est **réelle** ou **virtuelle**. Le cas précédent montrait une image réelle (et **renversée**) ; si l'objet AB est près de la lentille ($OA < OF$), l'image est obtenue par prolongation des rayons émergents : elle est alors virtuelle (mais **droite**).



Une image réelle n'existe qu'en une position unique où elle peut être formée sur un écran de façon nette. Si l'image ne peut pas être recueillie sur l'écran, elle est virtuelle : il faut regarder à travers la lentille pour pouvoir l'observer ! C'est ce que l'on fait lorsqu'on utilise une loupe...



Un cas particulier important est celui des objets situés à l'infini – c'est-à-dire très loin de la lentille. En effet, lorsque le point s'éloigne de la lentille, les rayons incidents tendent à devenir parallèles, comme le montre la figure ci-contre.



Dans ce cas, l'image se forme dans le plan orthogonal à l'axe optique passant par le foyer image F', appelé plan focal image.

Si A' est toujours confondu avec F', B' est obtenu par l'intersection entre le rayon non dévié passant par O et le plan focal image.

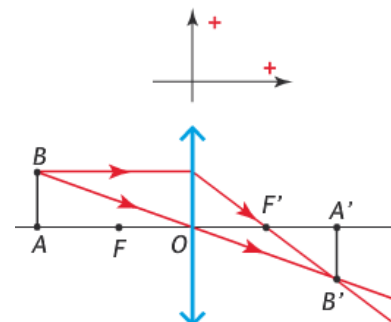


Remarque : la modélisation des lentilles convergentes réelles par des lentilles minces ne tient qu'à condition que les rayons incidents soient peu inclinés sur l'axe et qu'ils traversent la lentille au voisinage de son centre optique (conditions de Gauss).

1.3 – Relations fondamentales des lentilles minces

Les positions de l'objet AB et de son image $A'B'$ sont repérées par les mesures algébriques \overline{OA} et $\overline{OA'}$. Ainsi, on a toujours $\overline{OA} < 0$ (objet avant la lentille) ; si l'image est après la lentille, alors $\overline{OA'} > 0$.

La distance focale d'une lentille convergente est toujours positive : $f' = \overline{OF'} > 0$.



La **relation de conjugaison** due à René Descartes permet de déterminer la position de A' quand celle de A et la distance focale sont connues.

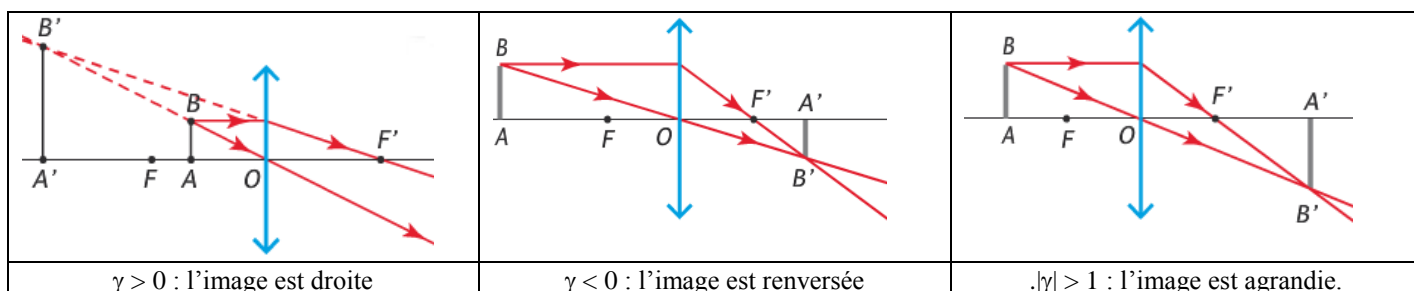
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Pour comparer la taille et l'orientation de l'image à celles de l'objet, on détermine le grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

On démontre la **relation de grandissement**

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$



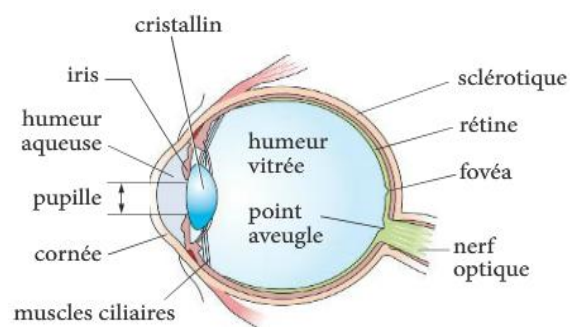
2 – Modélisation des systèmes optiques

2.1 – L'œil humain

L'œil humain est un globe pratiquement sphérique d'environ 25 mm de diamètre. Il est protégé à l'extérieur par une membrane résistante : la **sclérotique**.

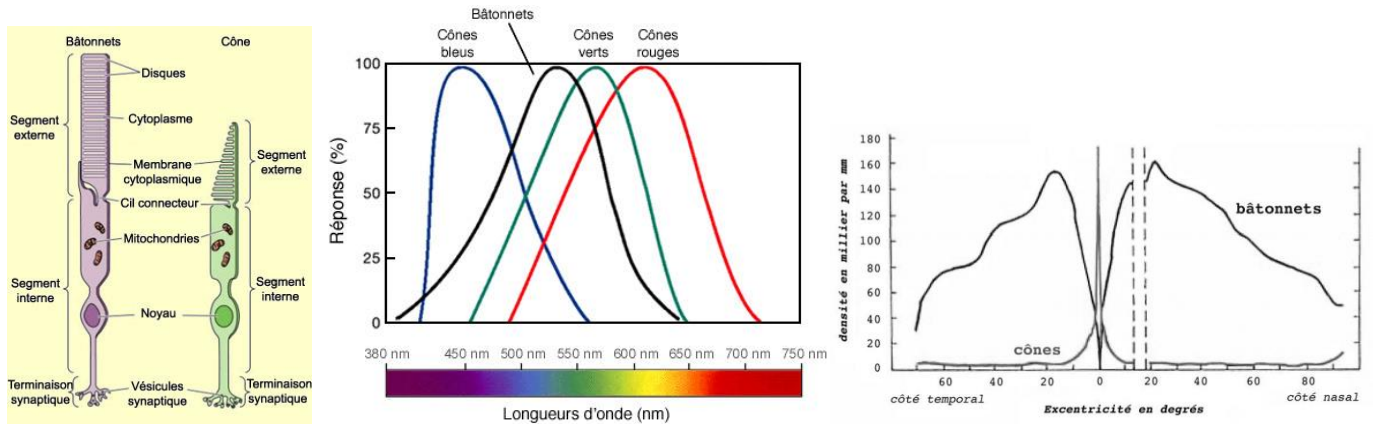
Les rayons de lumière qui pénètrent dans l'œil traversent plusieurs milieux transparents,

- La **cornée**, partie transparente de la sclérotique à l'avant de l'œil
- Le **cristallin**, capsule élastique dont la courbure des faces peut être modifiée par l'action des muscles ciliaires
- L'**humeur aqueuse** puis l'**humeur vitrée**, liquides qui participent à la rigidité du globe oculaire



La **pupille** est l'ouverture centrale de l'iris, qui est la partie colorée de l'œil : son diamètre peut varier de 2 à 8 mm en fonction de la luminosité.

La **rétine** est une fine membrane qui tapisse la partie arrière du globe. Elle est constituée de plusieurs types de cellules dont certaines (cônes) sont des photorécepteurs sensibles aux radiations dans un domaine de longueurs d'onde dans le vide comprises entre 400 et 800 nm (lumière visible). Les signaux lumineux sont traduits en messages nerveux et envoyés au cerveau par le nerf optique.

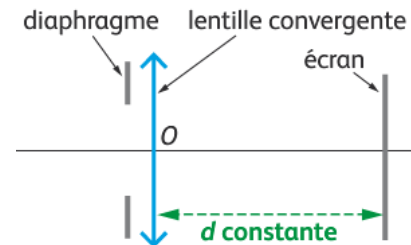


Les cônes, récepteurs sensibles à la couleur, sont principalement présents dans la zone centrale de la rétine (macula) ; les bâtonnets, sensibles à l'intensité lumineuse et 20 fois plus présents, sont particulièrement présents sur les parties périphériques. Il faut noter la présence d'une zone aveugle, partie de la rétine où se forme le nerf optique (centre de la fovéa). Cônes et bâtonnets utilisent un dérivé de la vitamine A pour convertir l'énergie lumineuse en impulsions nerveuses.

2.2 – Modèle de l'œil réduit

L'œil est un système optique complexe dont l'étude peut être simplifiée en utilisant un modèle simple.

- Un **diaphragme** joue le rôle de l'iris en limitant la quantité de lumière qui pénètre dans l'œil,
- Une **lentille mince convergente**, équivalente à l'ensemble des milieux transparents (cornée, cristallin, humeurs) et de distance focale variable,
- Un **écran** joue le rôle de la rétine et est situé à une distance constante de la lentille.



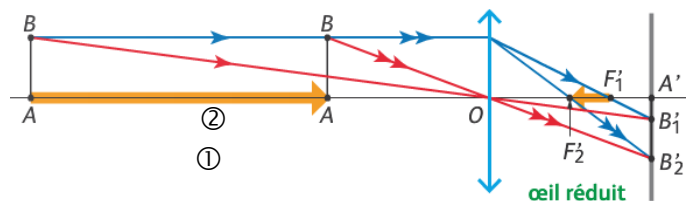
La distance entre la lentille et l'écran est fixe anatomiquement : elle est de l'ordre de 17 mm pour un œil normal (emmétrope), mais peut varier (œil myope ou hypermétrope, comme nous le détaillerons au 2.3).

2.3 – Accommodation de l'œil

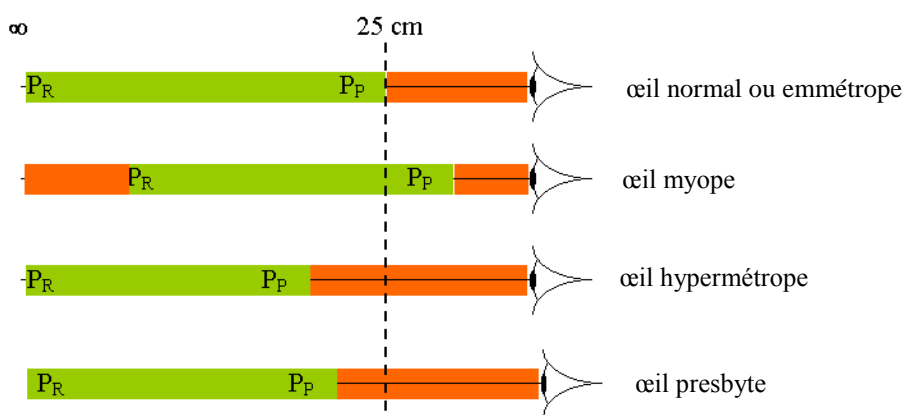
Il n'est pas possible de voir nettement deux objets situés dans la même direction, l'un étant proche et l'autre éloigné : l'œil fait la « mise au point » sur l'objet fixé, on dit qu'il **accommode**.



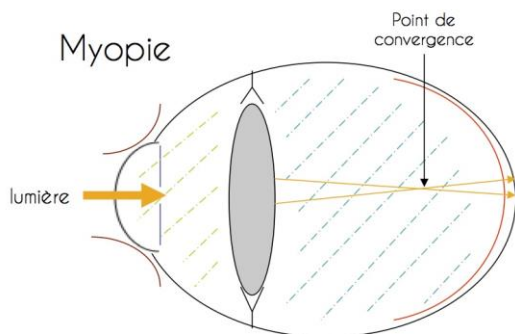
L'image d'un objet placé à grande distance regardé par un œil se trouve au foyer image du système optique : c'est là que doit être la rétine. Pour un objet proche de l'œil, la distance entre la rétine et le cristallin ne pouvant changer, c'est la vergence du cristallin qui doit augmenter, ce qui est rendu possible grâce aux muscles ciliaires qui le bombent davantage. La vision proche est donc fatigante pour l'œil, contrairement à la vision de loin.



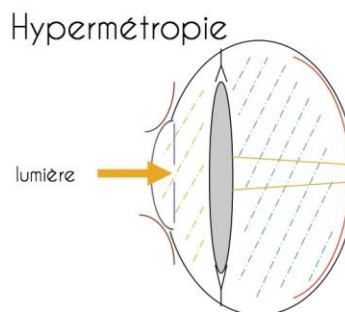
La profondeur du champ de vision est située, pour l'œil normal ou emmétrype, entre environ 25 cm et l'infini : elle est respectivement limitée par l'accommodation (*punctum proximum* de 25 cm) et par l'horizon (*punctum remotum* infini).



- Pour un œil **presbyte**, vieillissant, l'accommodation n'est plus efficace (« usure » des muscles ciliaires, perte d'élasticité du cristallin) : la vision de près est altérée, et le presbyte tient son journal à bout de bras ! Si le *punctum remotum* reste à l'infini, le *punctum proximum* est plus éloigné que celui d'un œil emmétrype.
- Pour un œil **myope**, trop long anatomiquement, le système optique est trop convergent : l'image d'un objet très éloigné se forme en avant de la rétine. Le *punctum proximum* est plus près que celui de l'œil emmétrype, son *punctum remotum* est lui aussi plus près (vision difficile des objets lointains).
- Pour un œil **hypermétrype**, trop court anatomiquement, le système optique n'est pas assez convergent : l'image d'un objet éloigné se forme après la rétine. Le *punctum proximum* est plus éloigné que celui de l'œil normal, mais son *punctum remotum* reste à l'infini.



Œil trop long par rapport à sa puissance (son système optique)
Ne voit pas bien de loin « Peut être héréditaire »



Œil trop court par rapport à sa puissance (son système optique)
Ne voit pas bien de près

Exercice : Comment calculer la vergence de l'œil ?

A l'aide de la relation de conjugaison,

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = V$$

pour laquelle $\overline{OA'} = +16,7 \text{ mm}$.

Pour une vision à l'infini, lorsqu'on l'œil n'accorde pas,

$$V = \frac{1}{+16,7 \cdot 10^{-3}} - 0 = +60,0 \delta$$

Pour une vision proche, pour laquelle $\overline{OA} = -25 \text{ cm}$, l'œil accomode et sa vergence augmente :

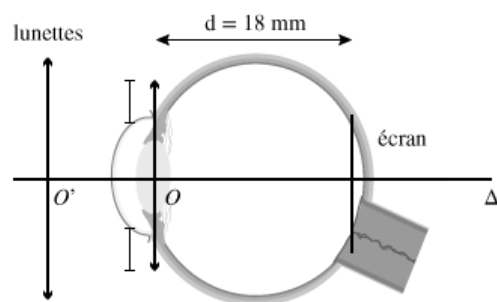
$$V = \frac{1}{+16,7 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{-25 \cdot 10^{-2}} = +64,0 \delta$$

Exercice (difficile)

On considère un œil hypermétrope, de focale au repos $f' = 18 \text{ mm}$. Ici, $\overline{O'O} = +2 \text{ cm}$. Pour corriger cet œil, l'idée de renvoyer le PR à l'infini.

On suppose que des lunettes de vergence C corrigent correctement l'œil et on note P le PR.

- Déterminer la distance $\overline{O'P'}$, où P' est l'image de P, en fonction de C. En déduire OP' .
- Utiliser la relation de conjugaison pour exprimer C en fonction de OP'' , d et f' , où P'' est l'image de P' à travers l'œil.
- Déterminer C pour que la vision soit corrigée, c'est-à-dire pour que l'image se forme sur la rétine, à 17 mm du cristallin.



Réponses

- P étant à l'infini, la relation de conjugaison pour la lunette donne $\overline{O'P'} = \frac{1}{C}$. On en déduit

$$\overline{OP'} = \overline{OO'} + \overline{O'P'} = \overline{OO'} + \frac{1}{C}.$$

- Pour l'œil, la relation de conjugaison s'écrit $\frac{1}{\overline{OP''}} - \frac{1}{\overline{OP'}} = \frac{1}{f'}$. Elle permet d'extraire

$$\frac{1}{\overline{OP'}} = \frac{1}{\overline{OP''}} - \frac{1}{f'} = \frac{f' - \overline{OP''}}{f' \cdot \overline{OP''}} \text{ d'où } \overline{OP'} = \frac{f' \cdot \overline{OP''}}{f' - \overline{OP''}}.$$

$$\overline{OO'} + \frac{1}{C} = \frac{f' \cdot \overline{OP''}}{f' - \overline{OP''}} \text{ d'où l'on extrait } \frac{1}{C} = \frac{f' \cdot \overline{OP''}}{f' - \overline{OP''}} - \overline{OO'} = \frac{f' \cdot \overline{OP''} - \overline{OO'} \cdot (f' - \overline{OP''})}{f' - \overline{OP''}} \text{ et}$$

$$\text{finalement } C = \frac{f' - \overline{OP''}}{f' \cdot \overline{OP''} - \overline{OO'} \cdot (f' - \overline{OP''})}.$$

- L'application numérique donne $C = \frac{0,018 - 0,017}{0,018 \cdot 0,017 + 0,02 \cdot (0,018 - 0,017)} = +3 \delta$.

2.3 – Œil et appareil photo

Des similitudes

- L'objectif de l'appareil photo joue le même rôle que l'ensemble des milieux transparents de l'œil : constitué de plusieurs lentilles, il peut être modélisé par une lentille mince convergente de distance focale fixe.
- Le diaphragme réglable joue le rôle de l'iris : il permet de modifier la luminosité de l'image sans changer sa taille.
- L'écran (pellicule argentique ou capteur CCD) est la surface photosensible sur laquelle se forme l'image, jouant le même rôle que la rétine.

Des différences

- La mise au point s'effectue généralement en déplaçant les lentilles de l'objectif par rapport à la pellicule ou au capteur : si l'objet photographié est à une distance très supérieure à la distance focale, l'image reste pratiquement dans le plan focal. Les zooms, eux, permettent d'agrandir l'image. Sur certains mobiles ou APN compacts, l'objectif est une lentille liquide : la mise au point s'effectue alors comme dans l'œil.
- La durée d'exposition – durée pendant laquelle la lumière arrive sur le capteur – est réglée par l'obturateur : une durée d'exposition longue permet de photographier des objets très peu lumineux. L'œil ne fonctionne pas sur le même principe : l'image de l'objet observé est effacée et une nouvelle image se forme tous les dixièmes de seconde environ (durée des réactions photochimiques, transport nerveux). Ainsi, l'œil ne peut pas voir les mouvements trop rapides (télévision, cinéma), ni les objets trop peu lumineux même en les observant longtemps.

