Détermination de la distance Terre-Soleil

Première tentative de mesure de la distance Terre-Soleil
Aristarque essaya de mesurer la distance Terre-Soleil par une méthode très astucieuse mais malheureusement impraticable. En mesurant la durée d qui sépare le dernier quartier du premier quartier, Aristarque essaya d'évaluer l'angle δ/2 qui est le complémentaire de l'angle ε (figure 1).

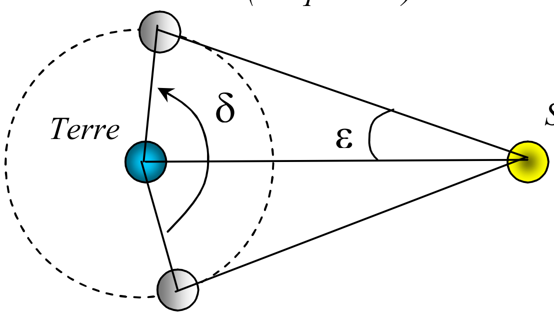


FIGURE 1

Il essaya de déterminer le rapport de la distance Terre-Lune TL à la distance Terre-Soleil TS.

$$\frac{TL}{TS} = \sin \varepsilon$$

Avec les valeurs connues aujourd'hui, on trouve que l'angle ε est de 0,15 degré. L'angle δ est donc de 179,7 degrés. Pour mesurer la distance TS avec une erreur de 20%, il aurait fallu mesurer l'angle ε avec une incertitude de $\Delta\varepsilon = 0{,}2\ \varepsilon$, soit 0,03 degré ou, exprimé en temps, 4 secondes. Or il n'est pas possible d'estimer avec une telle précision l'instant précis du premier ou du dernier quartier.

Mesure historique de la distance Terre-Soleil
Cette mesure a été faite par Picard, Cassini et Richer en 1672. En pratique, on doit passer par l'observation d'une planète proche (Mars), et déduire la distance Terre-Soleil de la troisième loi de Kepler (a^3/P^2=constante). Cette mesure a permis à Römer de mesurer la vitesse de la lumière en 1675. La mesure en laboratoire de la vitesse de la lumière a permis à son tour de confirmer la distance Terre-Soleil.

La parallaxe horizontale de Mars.
La parallaxe horizontale est, par définition, l'angle sous lequel on voit le rayon équatorial de la Terre depuis la distance de l'astre considéré. Picard, Cassini et Richer observèrent Mars depuis deux sites (Paris et Cayenne) au moment d'une opposition de Mars, quand Mars était très proche de la Terre. Le décalage de la direction de Mars depuis ces deux sites donne l'angle sous lequel on verrait la distance Paris Cayenne depuis Mars. Picard Cassini et Richer trouvèrent cet angle et en déduisirent la parallaxe horizontale de Mars de 24".
Calculons la distance Terre-Mars au moment de cette opposition de 1672.
La figure 2 montre la relation que l'on a entre l'angle de parallaxe horizontale p" et la distance d en kilomètres. On trouve :

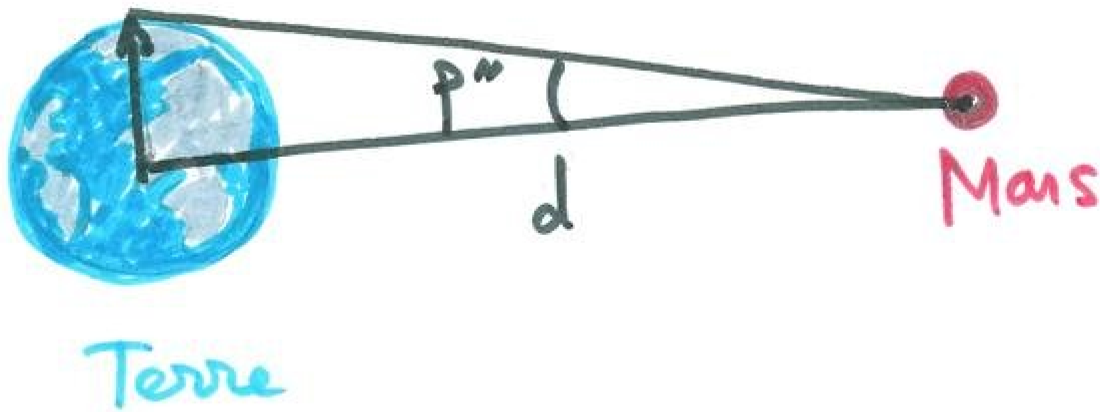


FIGURE 2

$$d = 206265\,\frac{R}{p''}\ ,$$

où R est le rayon équatorial de la Terre (R=6400 km). La mesure de Picard, Cassini et Richer conduit donc à une distance Terre-Mars de 55 Mkm, au moment de l'opposition.

Déduction de la distance Terre-Soleil.

L'excentricité de l'orbite terrestre est négligeable dans une première approximation, mais pas celle de Mars. La figure 3 illustre la géométrie du système. Le centre de l'orbite de Mars est C. Les positions du Soleil, de la Terre et de Mars sont S, T et M, respectivement.

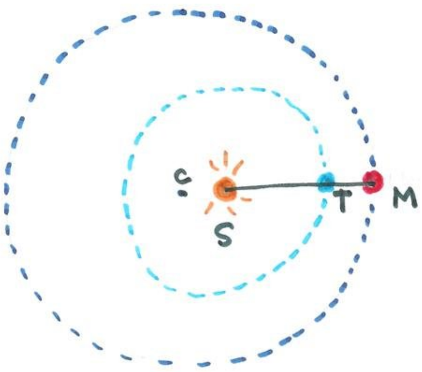


FIGURE 3

On a par définition de l'excentricité e : CS = e.a_M, avec CM = a_M.
Avec une notation analogue on écrira ST = a_T. On voit que a_M = e.a_M + a_T + d, où d est la distance Terre-Mars au moment de l'opposition. On en tire facilement l'expression suivante :

$$a_M = \frac{a_T + d}{1 - e}$$

L'application de la troisième loi de Kepler conduit à :

$$\frac{a_T^3}{P_T^2} = \frac{a_M^3}{P_M^2},$$

où les P dénotent les périodes sidérales. En éliminant a_M entre ces deux expressions on trouve la distance cherchée :

$$a_T = \frac{d}{(1-e)\left(\frac{P_M}{P_T}\right)^{\frac{2}{3}} - 1}.$$

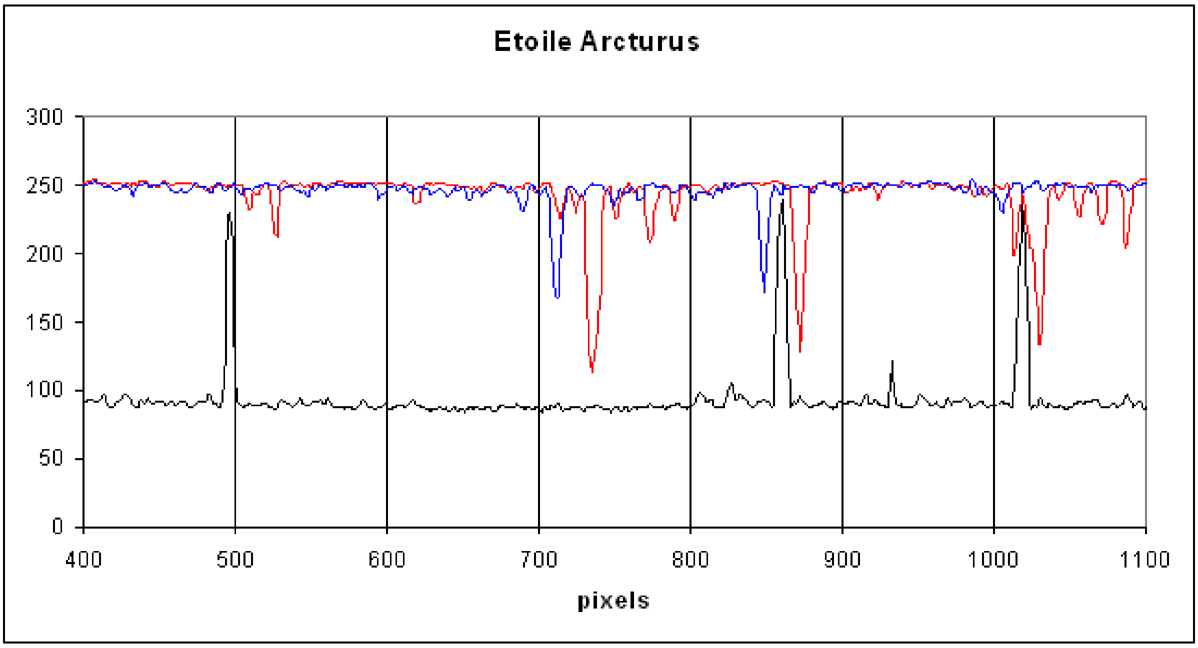
Attention, cette relation n'est applicable qu'à une planète supérieure. Avec P_M = 1,88 ans, P_T= 1 an et d = 55 Mkm, on trouve a_T = 142 Mkm, qui est une bonne valeur de l'unité astronomique.

Améliorations ultérieures.
Une première amélioration a consisté à utiliser l'astéroïde Eros à la place de Mars, lors d'une opposition. Eros est passé à 19,6 Mkm. L'excentricité de Eros est e_E = 0,223. Sa période est E_P = 1,758 ans. On trouve une valeur plus précise pour l'unité astronomique : a_T = 149 Mkm.
La meilleure précision fut obtenue en mesurant la distance Terre-Vénus au moment d'une conjonction, par la méthode de l'écho radar. L'écho radar arrive 276 secondes après l'émission. L'excentricité de Vénus est négligeable et sa période sidérale est P_V = 0,615 ans. La relation précédente se simplifie (e_V = 0) mais le dénominateur doit être changé de signe (Planète inférieure).

Autres méthodes applicables
On peut utiliser la vitesse orbitale de la Terre, ou encore utiliser l'observation du transit de Vénus, phénomène rare, pendant lequel Vénus, vue depuis la Terre, passe devant le Soleil.

Première méthode

On possède deux spectres d'Arcturus pris à six mois d'intervalle l'un de l'autre. Le premier (représenté en bleu) est pris quand la Terre se déplace dans la direction de la longitude écliptique d'Arcturus. Le second spectre (en rouge) est pris, six mois plus tard, quand la Terre se déplace à l'opposé de la première direction. Arcturus a une latitude écliptique L_{Arcturus} = 30,8°.
Les deux spectres sont représentés avec le spectre de calibration (en noir) qui donne, de gauche à droite, trois fortes raies d'émission de longueurs d'onde : λ_1 = 428,241 nm ; λ_2 = 429,413 nm ; λ_3 = 429,924 nm.



Principe de la méthode

Montrez tout d'abord que si nous pouvions connaître la vitesse orbitale de la Terre, il serait possible d'en déduire la distance Terre-Soleil.
Justement, les spectres vont nous permettre de mesurer cette vitesse. Il faut d'abord comprendre quelles sont les positions de la Terre, du Soleil et d'Arcturus, quand les spectres ont été pris. On peut représenter le plan de l'écliptique, la Terre tournant autour du Soleil dans ce plan, et la direction Arcturus-Soleil, faisant un angle de 30,8° avec le plan de l'écliptique. Dessiner les deux positions de la Terre, quand les clichés ont été pris.
Expliquez pourquoi le spectre rouge est décalé vers les grandes longueurs d'onde et le spectre bleu vers les courtes longueurs d'onde. Montrer que, du décalage entre les deux spectres, on peut déduire le double de la vitesse orbitale de la Terre. Ne pas oublier de prendre en compte le fait que la Terre ne se dirige pas exactement vers Arcturus puisque l'étoile n'est pas dans le plan de l'écliptique.
Avec le spectre d'étalonnage, calculer l'échelle des spectres, en nanomètre par millimètre. Calculer le décalage entre les deux spectres d'Arcturus, pour au moins une raie d'absorption bien visible. En déduire la vitesse orbitale de la Terre et la distance Terre-Soleil.
Pour simplifier le problème, il est possible de faire le calcul avec la raie située entre les pixels 800 et 900, car c'est une des raies d'étalonnage.

Solution

Il faut utiliser la relation Doppler-Fizeau. En utilisant les deux raies extrêmes de calibration on trouve que l'échelle est de 0,01483 nm/mm. Le décalage est de 5 mm (c'est-à-dire 0,074 nm) à la longueur d'onde 429,413 nm (on prend le décalage de la raie entre 800 et 900 pixels). On écrit que le décalage $c.\Delta\lambda/\lambda_o$ = 2V $\cos(L_{Arcturus})$, avec λ_o = 429,413 nm et c la vitesse de la lumière.
On trouve pour la vitesse orbitale de la Terre V = 30 km/s.
La Terre met 365,25 jours pour faire un tour complet autour du Soleil. En supposant la vitesse constante, la longueur de l'orbite est de 30 x 365,25 x 24 x 3600 = 947 millions de kilomètres.
On en tire la distance Terre-Soleil : TS = 150 000 000 km

<u>Deuxième méthode</u>

L'événement est rare. Pour le moment, les transits apparaissent par paires. La dernière paire s'est produite en 1874 et 1882. La prochaine paire sera celle de 2004 et 2012. Puis il faudra attendre l'année 2125.
Halley, le découvreur de la comète du même nom, a proposé d'utiliser le transit de Vénus pour déterminer la distance Terre-Soleil. Le calcul n'est pas simple, l'observation n'est pas facile, mais c'est effectivement réalisable. C'est l'une des principales applications de ce phénomène. On peut en imaginer quelques autres comme le test des méthodes de recherche d'objets faibles à proximité d'une étoile brillante (ex.: recherche de planètes extrasolaires). En 1769, les astronomes essayaient d'utiliser le phénomène pour déceler l'atmosphère de Vénus.
La mesure de la distance Terre-Soleil reste l'application la plus classique du transit de Vénus. Mais attention : les pièges sont nombreux. Nous allons en expliquer brièvement quelques-uns. Nul doute que cela stimulera l'imagination des lecteurs.

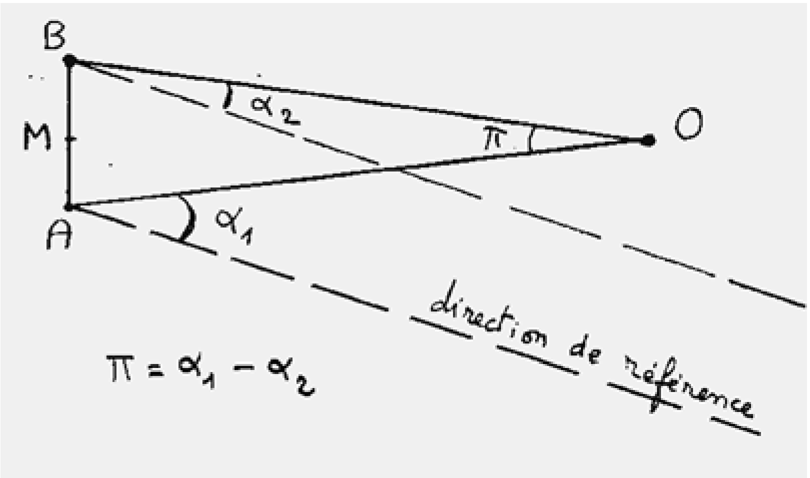
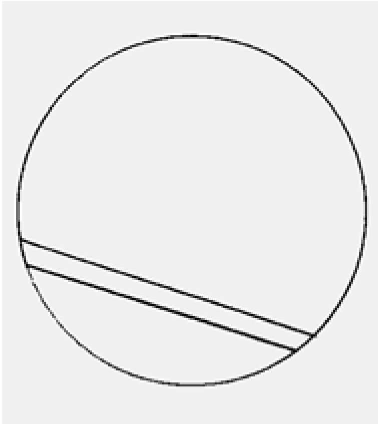


fig.1 La mesure de l'angle de parallaxe p = (a_1 - a_2), permet d'obtenir la distance MO.

Tout le monde connaît, sans doute, la méthode de la parallaxe qui permet de mesurer la distance d'un objet lointain. On vise un objet O depuis deux sites distants A et B (cf. Figure 2). On désigne par M le milieu de AB et on suppose que MO est perpendiculaire à AB. On mesure les angles a_1 et a_2) par rapport à une direction de référence donnée par des astres lointains que nous supposerons à l'infini. La différence (a_1 - a_2) est égale à l'angle p, dit angle de parallaxe. Si on connaît la longueur AB, une simple résolution du triangle isocèle OAB donne la distance OM. Généralement la longueur AB est très inférieure à la longueur OM, de sorte que l'on peut dire que OA$\cong$ OB $\cong$ OM.
Dans toute cette explication, on a supposé implicitement plusieurs choses : le segment AB est fixe et perpendiculaire aux lignes de visée, on possède une direction de référence fixe dans l'espace. Aucune de ces conditions n'est généralement remplie dans l'application que l'on en fait au transit de Vénus.

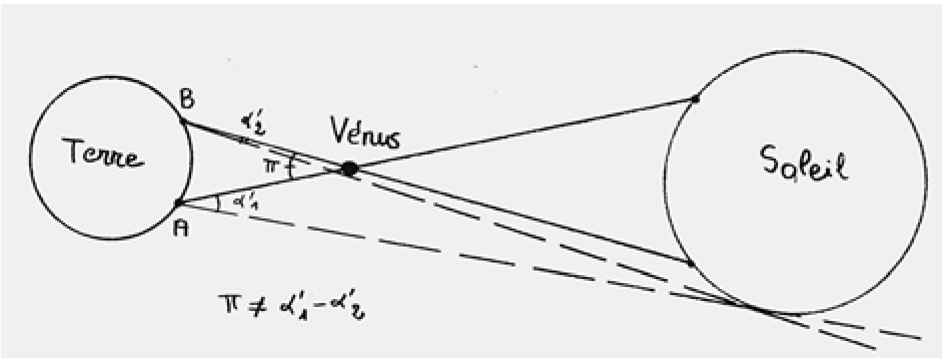
<u>Première méthode</u>
Deux observateurs distants (A et B) mesurent les temps de transit de Vénus. Ces temps définissent les longueurs des cordes correspondantes sur le disque solaire, donc leurs positions. L'écart angulaire entre ces cordes semble correspondre à la parallaxe cherchée, mais ce n'est qu'une approximation.



En effet, pendant la durée du transit, la Terre a tourné sur elle-même, les observateurs se sont déplacés, la direction AB a changé par rapport à l'objet visé, la Terre a tourné autour du Soleil et même le plan de la trajectoire de Vénus a pris un angle différent par rapport aux observateurs. De plus, la distance angulaire entre les deux cordes n'est pas non plus la parallaxe cherchée. Bref, il y a là un problème de géométrie dans l'espace d'une difficulté bien réelle.

Deuxième méthode

Cette méthode semble fournir une solution simple. Imaginons que les deux observateurs prennent, à la même heure, une photo montrant Vénus sur le Soleil. Les télescopes étant bien réglés, la superposition des deux photos semble conduire directement à l'angle de parallaxe, par la mesure du décalage entre les deux images de Vénus. Eh! bien non! Superposer les deux photos revient à supposer qu'au même instant les deux observateurs voient le Soleil dans la même direction, ce qui est faux. Le Soleil, aussi lointain qu'il soit, n'est pas à l'infini. Rassurez-vous, le problème n'est pas insurmontable mais c'est moins simple que ce qu'on raconte souvent.



Cette deuxième méthode est néanmoins la plus facile à mettre en œuvre pour une application précise. Nous en reparlerons plus loin...

Attention !

Le résultat que l'on obtient n'est pas l'unité astronomique mais la distance Terre-Soleil le 8 juin 2004. Pour obtenir l'unité astronomique, c'est-à-dire le demi grand axe de l'orbite de la Terre, il faut connaître tous les autres éléments de l'orbite de la Terre (excentricité, direction de l'aphélie etc.).

Troisième méthode

Cette méthode est la méthode dite de Delisle. Elle fonctionne en utilisant une connaissance approximative de l'Unité Astronomique (UA), connue a priori.

Les éléments des orbites de la Terre et de Vénus peuvent être obtenus par l'observation directe, à l'exception de la valeur des demis grands axes. Celui de l'orbite de la Terre est précisément l'UA que nous cherchons ; celui de Vénus en est une fraction connue, grâce à la troisième loi de Kepler. Si nous possédons une première estimation de l'UA, il est possible, au prix d'un calcul complexe, de prédire les instants des contacts. L'écart entre la valeur prédite et la valeur observée, pour le contact choisi, sera relié à l'écart entre la première valeur adoptée de l'UA et la valeur mesurée. Si notre première estimation de l'UA n'est pas excellente, il sera possible de faire des itérations, c'est-à-dire de réinjecter le premier résultat dans le calcul et de recommencer jusqu'à obtenir une convergence vers le résultat final.