Mécanique céleste
Mouvements satellitaires

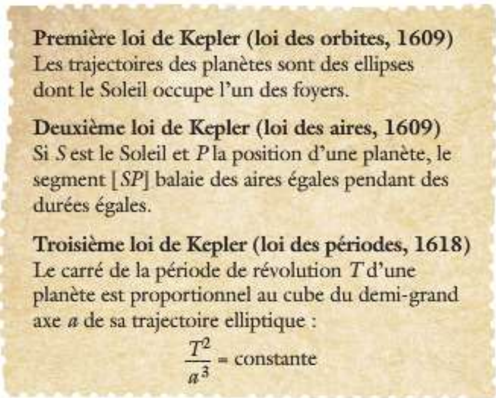
A partir des tables des positions des planètes infatigablement consignées par le Danois Tycho BRAHE (1546-1601), l'astronome allemand Johannes KEPLER (1571-1630) a établi trois lois concernant le mouvement des planètes et de leurs satellites, ou encore celui des comètes. Nous utiliserons ici un simulateur spatial freeware, Celestia, pour les mettre en évidence.

1 – Simulation de la trajectoire de Mercure

Cette étude porte sur la planète Mercure, mais les lois de Kepler s'appliquent également – entre autres – à tous les corps célestes en orbite autour du Soleil.

- Configurer le menu **Rendu/Options** du logiciel pour afficher les étoiles, les planètes, les orbites et les noms, ainsi que la grille écliptique.
- Dans le menu **Temps/Régler l'heure**, mettre à l'heure courante en temps universel et arrêter le temps.
- Sélectionner le Soleil (touche H) et y aller (touche G) puis le suivre (touche F) : nous travaillons ainsi dans le référentiel héliocentrique.
- Avec la molette de la souris, dézoomer pour afficher la trajectoire de quelques planètes (en bleu).
- En déplaçant la souris tout en maintenant le clic droit enfoncé, placer l'image à l'écran dans le plan de l'écliptique et placer le Soleil au centre de la grille.
- Afficher la trajectoire de Mercure sur tout l'écran et ne plus la déplacer.
- En jouant sur l'écoulement du temps, placer Mercure sur une des lignes de la grille. Créer alors un signet **Mercure1** : cela permettra de retrouver rapidement cette représentation.
- Capturer l'image obtenue (touche F10) et l'enregistrer sous MercureA.jpg.

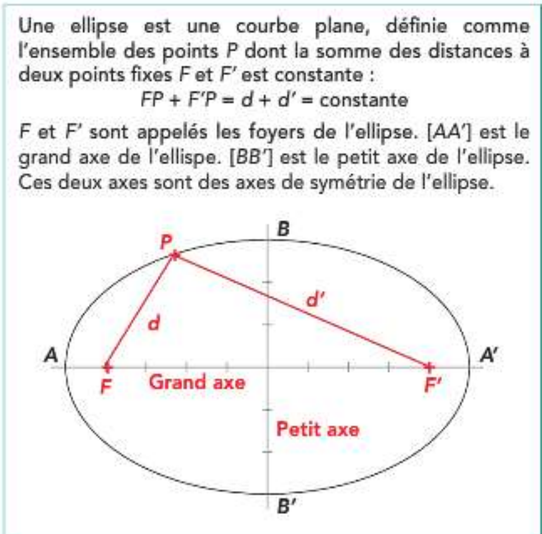
2 – Vérification des trois lois de Kepler pour la planète Mercure


Première loi de Kepler (loi des orbites, 1609)
Les trajectoires des planètes sont des ellipses dont le Soleil occupe l'un des foyers.

Deuxième loi de Kepler (loi des aires, 1609)
Si S est le Soleil et P la position d'une planète, le segment $[SP]$ balaie des aires égales pendant des durées égales.

Troisième loi de Kepler (loi des périodes, 1618)
Le carré de la période de révolution T d'une planète est proportionnel au cube du demi-grand axe a de sa trajectoire elliptique :

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$



2.1 – Première loi de Kepler

Ouvrir l'image avec le logiciel MesurimPro.
Dans le menu **Image**, inverser les couleurs puis ajouter un quadrillage (maille : 20 pixels).
Rechercher (justifier) et marquer la position du deuxième foyer de la trajectoire de Mercure.
En utilisant **Choix/Outils de mesure/Mesures multiples**, mettre en évidence la première loi de Kepler.

Applications

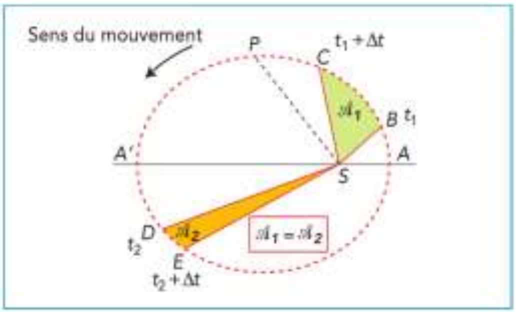
L'excentricité orbitale e est une grandeur comprise entre 0 et 1 et peut être calculée par le rapport $e = \frac{OF}{OA}$.

1. Que dire d'une ellipse d'excentricité nulle ?
2. Calculer l'excentricité de l'orbite de Mercure et conclure.
3. La plupart des planètes ont une excentricité inférieure à 0,1 : pourquoi Mercure est-elle « à part » ?
4. Expliquer pourquoi l'Union Astronomique Internationale a dégradé Pluton en « planète naine » en 2006.

2.2 – Deuxième loi de Kepler

- Dans Celestia, afficher la situation de l'onglet **Mercure1** ; activer et accélérer l'écoulement du temps pour percevoir le mouvement de la planète.

Le mouvement de Mercure est-il uniforme ?



- Arrêter le temps et faire afficher la situation enregistrée par le signet **Mercure1**. On considère que Mercure est alors au point B.
- Dans le menu **Temps/Régler l'heure**, ajouter 12 heures à la date julienne : on considère que Mercure est alors au point C. Enregistrer un signet **Mercure2** et capturer une nouvelle image MercureC.jpg.
- En jouant sur l'écoulement du temps, placer Mercure en un point D. Enregistrer un autre signet **Mercure3** et capturer l'image MercureD.jpg.
- Ajouter 12 heures à la date julienne de cette nouvelle situation. On considère que Mercure est alors au point E. Enregistrer un signet **Mercure4** et capturer une dernière image MercureE.jpg.

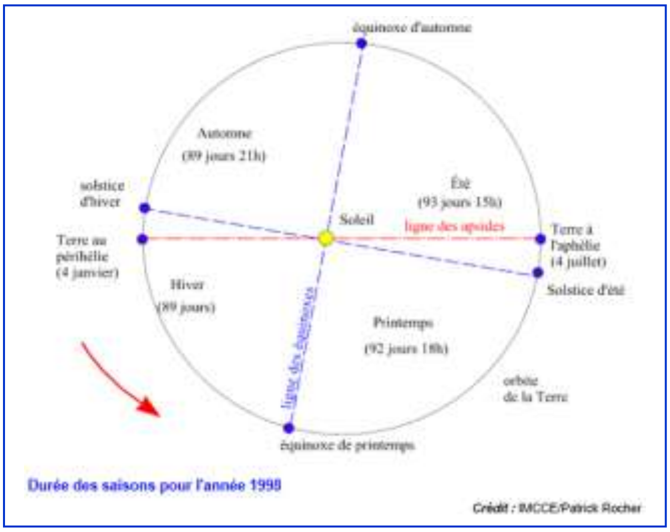
Ouvrir cette image avec Mesurim.

- Inverser ses couleurs.
- A l'aide du menu **Outils/Schéma**, amorcer un schéma de la situation. Centrer la trajectoire de Mercure à l'aide de l'ascenseur horizontal. Sur la partie image (à gauche), tracer le rayon Soleil-Mercure : il se reporte automatiquement sur le schéma.
- En ouvrant les autres images capturées (menu Fichier/Changer de document/Ouvrir un fichier d'image) reporter sur le schéma les différents rayons Soleil-Mercure dans les positions repérées.
- Sur le schéma (à droite), peindre uniformément avec deux couleurs différentes les deux zones sous la trajectoire correspondant à des durées de parcours égales.
- Dans le menu Fichier, cliquer sur Transférer le schéma pour l'exploiter avec les outils de Mesurim. Déterminer les surfaces (en pourcentage ou en pixel) des deux aires balayées.

Collecter les résultats obtenus par les autres groupes d'élèves pour la même durée de parcours.

<u>Applications</u>

1. Utiliser la deuxième loi de Kepler pour comparer la vitesse de la planète à son périhélie et à son aphélie.
2. A notre époque, la Terre atteint son périhélie au début du mois de janvier : d'après vous, quelle conséquence cela a-t-il sur la durée des saisons ?



Année	130 av. J.C.	2004
Hiver	90j 5h 39m 58s	88j 23h 44m 49s
Printemps	94j 0h 21m 33s	92j 18h 8m 14s
Eté	92j 8h 24m 42s	93j 15h 32m 57s
Automne	88j 15h 25m 7s	89j 20h 11m 46s
Périhélie	01/12 à 5h 43m 23s	04/01 à 17h 41m 59s
aphélie	02/06 à 21h 11m 54s	05/07 à 10h 53m 28s

Durée des saisons en 130 av. J.-C. et en 2004.

2.3 – Troisième loi de Kepler

On réalise quatre catégories de binômes : chacune correspond à une des quatre planètes les plus proches du Soleil. Proposer un protocole et le mettre en œuvre pour mesurer, à l'aide de Celestia, la période T de révolution de la planète choisie.

On choisit la distance Terre-Soleil comme échelle de longueur : c'est l'unité astronomique (1 ua = $1{,}50.10^{11}$ m).

Mesurer, à l'aide de Mesurim, la longueur $a = \dfrac{OA}{2}$ du demi-grand axe de la trajectoire de la planète choisie.

Centraliser les résultats obtenus.

<u>Application</u> : à l'aide de la deuxième loi de Newton appliquée au mouvement de la planète dans le référentiel héliocentrique (supposé galiléen), trouver le lien entre T et a, et en déduire la masse M_S de l'astre central, le Soleil.

3 – Mise en orbite circulaire d'un satellite

Un satellite de masse m est mis en orbite circulaire autour de la Terre, à l'altitude h.
On donne $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg ; $R_T = 6\,380$ km ; $G = 6{,}67.10^{-11}$ usi ; $g = 9{,}8$ m.s^{-2}. L'épaisseur de l'atmosphère est d'environ 200 km.

3.1 − Préliminaires

1. Définir le système, le référentiel avec ses repères. Faire le bilan des forces extérieures.
2. Faire un schéma de la situation en représentant la résultante. Ecrire l'expression vectorielle de cette force.
3. a. Dans le cas du mouvement circulaire, quel angle forment la résultante et le vecteur vitesse du satellite ?
   b. Quelle caractéristique du vecteur vitesse la résultante fait-elle varier au cours du mouvement ?
4. Conclure sur le mouvement du satellite autour de la Terre.

3.2 − Expression de l'accélération

1. Lois de la dynamique

Appliquer la 2ème Loi de Newton et exprimer l'accélération $\vec{a}$ du satellite. De quels paramètres cette dernière dépend-elle ? Est-elle centripète ou centrifuge ?

2. Expression cinématique dans la base de Frénet

On rappelle l'expression générale de l'accélération d'un système en mouvement circulaire direct (sens trigonométrique) dans le repère de Frénet,

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\overrightarrow{u_T} + \frac{v^2}{r}\overrightarrow{u_N}$$

Faire le lien entre les deux expressions de l'accélération pour en déduire deux relations caractérisant le mouvement du satellite. Conclure.

2.3 − Expression de la vitesse

1. A l'aide de l'accélération, déterminer l'expression de la vitesse du satellite. De quels paramètres dépend-elle ? Est-elle constante ?
2. Déterminer l'expression de la distance parcourue par le satellite sur son orbite.
3. A partir de la vitesse, donner l'expression de la période de révolution du satellite.
4. Retrouver la 3ème loi de Kepler : **Le quotient du carré de la période de révolution T de la planète par le cube du demi-grand axe orbital a est le même pour toutes les planètes.**

On considèrera deux situations,

① un satellite de télécommunications en orbite circulaire à l'altitude h = 5 000 km

② un satellite de type « Météosat » en orbite géostationnaire (survolant toujours la même zone terrestre)

5. Déterminer les paramètres de lancement des satellites pour les deux situations.
6. Comparer la période de révolution de chaque satellite, obtenue avec un simulateur, avec la valeur théorique.

3.4 – Global Positionning System

Le système GPS repose sur une flotte de 24 satellites en orbite circulaire autour de la Terre. Ces satellites évoluent dans 6 plans orbitaux différents, ces plans étant régulièrement répartis autour du globe. Chaque plan contient le centre O de la Terre et présente un angle d'inclinaison identique de 55° par rapport au plan équatorial. Les satellites parcourent deux fois leur orbite par jour sidéral.
La durée du jour sidéral est de 23 h 56 min 04 s.

1. Qu'est-ce qu'un jour « sidéral » ? Pourquoi ne fait-il pas 24 h ?
2. La trajectoire d'un satellite GPS est-elle plane ? Si oui, quel point du globe appartient à tous les plans ?
3. En expliquant votre démarche, déterminer les caractéristiques orbitales d'un satellite GPS (altitude, vitesse).
4. Expliquer en quelques lignes le principe de la géolocalisation GPS. En particulier, pourquoi les satellites doivent-ils embarquer une horloge atomique ?