

## Les outils de la mécanique

### Etude d'un mouvement circulaire

De très nombreux corps célestes sont en mouvement de rotation : les satellites autour des planètes, les planètes autour du Soleil, le Soleil autour du centre galactique, la Galaxie autour du Grand Attracteur...

Une étude au laboratoire peut permettre une modélisation dont le dégagement de caractéristiques pourra être transposé, par la suite, au cas des objets astronomiques...

Sur une table horizontale, on accroche un mobile de masse  $m = 710$  g autoporté par coussin d'air à un plot fixe au moyen d'une tige rigide. Le mobile étant abandonné en mouvement de rotation autour du plot, on actionne le système d'étincelage au centre du mobile avec une période d'étincelage  $\tau = 40$  ms.

L'enregistrement obtenu est donné en annexe ; pour simplifier, nous travaillerons à l'échelle 1:1.

#### 1 – Définition de la situation mécanique

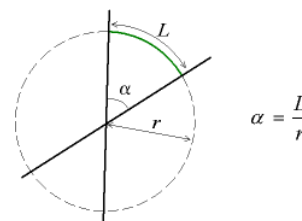
Système d'étude : mobile autoporté de masse  $m = 710$  g et de centre d'inertie G.

Référentiel d'étude : référentiel terrestre du laboratoire muni d'un repère tournant de Frénet  $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$ .

1. En utilisant une propriété remarquable des cordes d'un cercle, repérer la position du centre C de la trajectoire circulaire du mobile.
2. En déduire la valeur  $r$  du rayon de la trajectoire.
3. Rappeler les caractéristiques du repère tournant et le représenter au point G<sub>5</sub>.

#### Etude cinématique : la vitesse

1. Comment évolue la valeur de la vitesse  $v$  du mobile ? Justifier. Comment qualifie-t-on alors le mouvement ?
2. Calculer la valeur de la vitesse  $v$ .
3. Calculer la valeur de la vitesse angulaire  $\omega$  (en rad/s) du mobile. Vérifier, en respectant la cohérence dimensionnelle, qu'il existe une relation simple entre  $\omega$ ,  $v$  et  $r$ . On rappelle que le radian, défini par un rapport de longueurs d'arcs de cercle, est adimensionné (voir ci-contre).
4. Représenter le vecteur vitesse instantanée en G<sub>4</sub> et en G<sub>6</sub>. Peut-on dire que la vitesse est constante ? Quelle conséquence cela aura-t-il sur l'accélération du mobile ?
5. Ecrire le vecteur vitesse dans le repère de Frénet sous la forme  $\vec{v} = v_T \vec{u}_T + v_N \vec{u}_N$ .



#### Etude cinématique : l'accélération

1. Représenter le vecteur variation de vitesse  $\Delta \vec{v}_i = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$  au point G<sub>5</sub>. Quelles sont les caractéristiques de ce vecteur (direction, sens, norme) ?
2. Calculer la valeur de l'accélération  $a$  du mobile en G<sub>5</sub> en  $m/s^2$ .
3. L'unité de l'accélération est le  $m/s^2$  : en raisonnant sur les dimensions des grandeurs, proposer une relation simple entre  $a$ ,  $v$  et  $r$  ; la vérifier numériquement.
4. Ecrire le vecteur accélération dans le repère de Frénet sous la forme  $\vec{a} = a_T \vec{u}_T + a_N \vec{u}_N$ .

#### Etude dynamique : forces et mouvement

1. Déduire des études précédentes la valeur de la résultante des forces exercées sur le mobile,  $\left\| \sum \vec{F}_{ext} \right\|$ , en newtons (N).
2. Exprimer le vecteur résultante des forces  $\sum \vec{F}_{ext}$  dans le repère de Frénet sous la forme  $\sum \vec{F}_{ext} = F_T \vec{u}_T + F_N \vec{u}_N$
3. Représenter le vecteur résultante des forces au point G<sub>5</sub>. A quoi est due cette résultante ?

## Application : détermination de la masse du Soleil

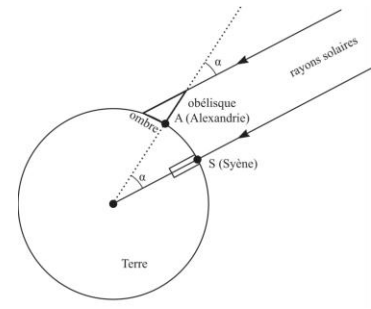
### 1. Comment déterminer le rayon terrestre ?

Au III<sup>ème</sup> siècle av. J.-C., le savant grec Eratosthène a l'idée d'une méthode particulièrement ingénieuse pour estimer la taille de notre planète.

Syène et Alexandrie sont séparées par 5 000 stades (les historiens s'accordent sur un stade à 160 m).

L'ombre portée d'un obélisque de 20 m de haut est de 2,5 m.

1. Calculer la valeur de l'angle  $\alpha$ .
2. En déduire la circonférence de la Terre  $P_T$  puis le rayon terrestre  $R_T$ .

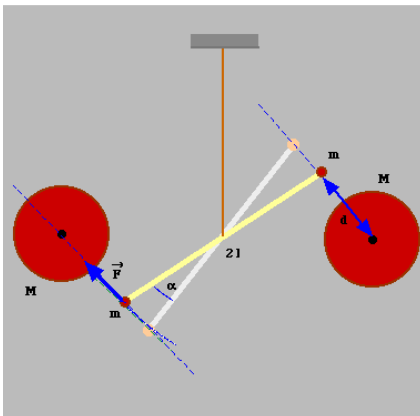


#### **Rappel : la loi de gravitation universelle selon Newton**

Deux corps A et B à répartition sphérique de masse (assimilés à des points matériels de masse  $m_A$  et  $m_B$ ) séparés d'une distance  $d$  exercent l'un sur l'autre une force d'interaction gravitationnelle dont l'intensité

est donnée par l'expression  $F = G \times \frac{m_A \times m_B}{d^2}$ , où  $G$  est une constante appelée *constante de gravitation universelle*.

### 2. Comment peser la Terre ?



Henry CAVENDISH (1731-1810) fut un physicien et chimiste britannique assez excentrique (souffrant du syndrome d'Asperger, on en a peu de portraits). Il fut un manipulateur extrêmement minutieux ; une partie de son travail servit de base à James Clerk Maxwell (1831-1879) pour développer sa théorie de l'électromagnétisme.

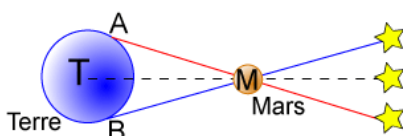
L'expérience dite de Cavendish (1798), très délicate, a été faite avec la balance de torsion qui porte son nom. On met en interaction une grosse masse fixe avec une petite masse placée au bout d'un bras horizontal suspendu à un fil de torsion. Les deux masses s'attirent, entraînant une torsion du fil : l'équilibre est réalisé lorsque la torsion compense l'attraction de gravitation entre les deux types de masses.

Si  $C$  est la constante de torsion du fil alors l'équation d'équilibre s'écrit :  $C\alpha = 2F\ell = 2\ell G \frac{mM}{d^2}$ .

On donne  $m = 50$  g,  $2\ell = 20$  cm,  $M = 30$  kg ; l'équilibre est réalisé lorsque  $\alpha = 2,0 \cdot 10^{-3}$  radians avec un fil de constante de torsion  $C = 4,5 \cdot 10^{-7}$  N.m.rad<sup>-1</sup>. L'écartement  $d$  entre les boules est alors de 14,9 cm. Les forces en jeu, de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-9}$  N, sont extrêmement faibles et rendent l'expérience très difficile à réaliser. Elle a cependant permis une première mesure de  $G$ .

1. Déterminer la valeur de  $G$ .
2. A la surface de la Terre, les objets sont plongés dans un champ gravitationnel (pesanteur) dont l'intensité moyenne est  $g = 9,8$  N.kg<sup>-1</sup>.
3. A l'aide de la loi de gravitation universelle, déterminer l'expression du champ de pesanteur  $g$  à la surface de la Terre en fonction de  $G$ , la masse de la Terre  $M_T$  et son rayon  $R_T$ .
4. En déduire la masse  $M_T$  de la Terre.

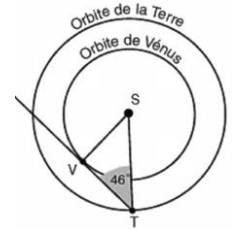
### 3. Comment déterminer la distance au Soleil ?



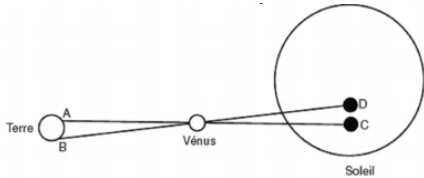
En astronomie, on appelle parallaxe l'angle sous lequel on voit les objets depuis un astre.

L'application des lois de la trigonométrie permet des miracles, pour peu que l'on dispose des informations nécessaires... et d'une seule inconnue.

Vue depuis la Terre, Vénus (l'étoile du Berger) ne s'éloigne jamais à plus de  $46^\circ$  du Soleil : on dit que l'élongation maximale de Vénus est de  $46^\circ$ , ce que l'on voit sur le schéma ci-contre.



Déterminer la valeur du rapport des longueurs  $SV/ST$ .



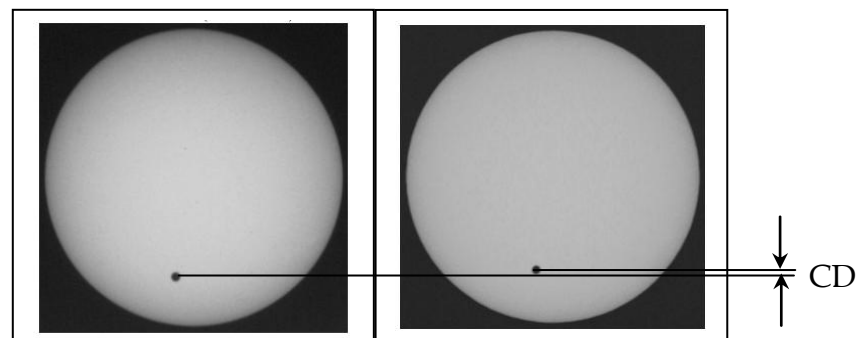
Le 8 juin 2004, on a observé le passage de Vénus devant le Soleil depuis deux lieux éloignés, Dijon (A) et La Réunion (B). Ces deux observateurs voient Vénus devant deux points différents du Soleil, C et D.

Les deux photos suivantes ont été prises exactement à la même heure (8h30 en Temps Universel) et orientées de la même manière (le nord en haut).

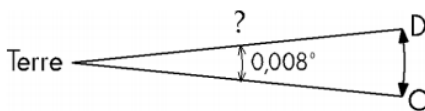
On superpose les deux photos, on mesure l'écartement entre les deux positions de Vénus et on compare au diamètre du disque solaire.

Sachant que le diamètre apparent (l'angle sous lequel on le voit depuis la Terre) du Soleil était de  $0,525^\circ$  ce jour là, on trouve que les deux positions de Vénus sur le Soleil sont distantes de  $0,008^\circ$  environ.

L'écart entre les deux lignes de visée (Dijon et La Réunion) est de 8 200 km.



Calculer la distance CD à l'aide du schéma ci-contre.



Il reste à trouver à quelle distance se trouver du Soleil pour voir un segment de 21 000 km sous un angle de  $0,008^\circ$ .

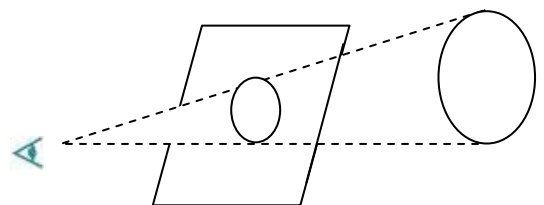
Plusieurs méthodes sont possibles. On peut utiliser la trigonométrie, des radians ou simplement des proportions en assimilant le segment de 21 000 km à un arc de cercle centré sur l'observateur.

Calculer la valeur de la distance Terre-Soleil ST.

#### 4. Comment déterminer la taille du Soleil ?

Le diamètre du Soleil observé à travers une feuille de mylar (un papier opaque permettant de filtrer la lumière solaire - qu'il ne faut jamais regarder directement !) tenue à 55 cm de l'œil est de 5 mm.

En déduire le diamètre du Soleil.



#### 5. Comment estimer la masse du Soleil ?

En supposant que le mouvement de la Terre autour du Soleil est parfaitement circulaire, utiliser la deuxième loi de Newton pour estimer la masse du Soleil.

