Temps et relativité restreinte

L'un des fondements de la physique classique, dite newtonienne, est l'hypothèse selon laquelle le temps est universel et absolu, c'est-à-dire identique pour tous les observateurs en tout endroit de l'espace et indépendamment de leur mouvement respectif. A l'inverse, la physique relativiste pose cette question : « Une horloge en mouvement mesure-t-elle la même durée entre deux phénomènes qu'une horloge fixe ? »

1 – Les postulats d'Einstein

1.1 – Relativité et invariance de la vitesse de la lumière

Le principe de relativité stipule que les lois physiques sont identiques dans tous les référentiels galiléens. Deux expériences identiques réalisées dans deux référentiels galiléens différents donnent exactement le même résultat ; la vitesse des référentiels les uns par rapport aux autres n'a aucun effet.

Principe d'invariance de la vitesse de la lumière

La vitesse de la lumière dans le vide es t la même dans tous les référentiels galiléens,
$c = 3{,}00.10^{8}$ m.s^{-1}
(valeur exacte : 299 792 458 m.s^{-1})

Ce postulat semble difficile à admettre car la célérité de nombreuses ondes varie selon le référentiel d'étude. Par exemple, la vitesse des vagues à la surface de l'océan est nulle pour le surfeur qui se déplace sur elles, alors qu'elle ne l'est pas pour un observateur sur la plage. La lumière, qui peut se propager dans le vide en l'absence de support matériel, n'est donc pas analogue aux ondes mécaniques.

En 1930, le physicien allemand Georg Joos (1894-1959) construisit un interféromètre de très grande taille (21 m) tournant lentement autour d'un axe vertical. Inspirée de l'expérience de Michelson et Morley, l'expérience de Joos consistait à mesurer la vitesse de la lumière pour différentes vitesses de la source lumineuse contenue dans l'interféromètre. La même vitesse fut obtenue indépendamment de la vitesse de l'appareil.

Depuis l'expérience de Michelson et Morley, de nombreuses autres vérifications expérimentales, s'en inspirant ou non, ont confirmé l'invariance de la célérité de la lumière dans le vide selon le référentiel. Les dernières en date, obtenues en 2009, vérifient ce résultat avec une incertitude relative de 10^{-17}.

1.2 – Relativité du temps

Dans la théorie de la relativité, un événement est défini par un point unique dans l'espace et un instant unique.
Le temps n'est pas absolu : deux événements simultanés dans un référentiel ne le sont pas dans un autre référentiel en mouvement par rapport au premier.
Tout référentiel doit donc être associé à une horloge qui lui est propre.

L'expérience de pensée suivante illustre pourquoi un même événement ne se produit pas à la même date dans tous les référentiels.
Un vaisseau spatial se déplace en mouvement rectiligne et uniforme par rapport à la Terre. Le référentiel terrestre et celui du vaisseau sont considérés comme galiléens. A un instant donné, un flash est émis en O, centre du vaisseau. Deux capteurs A et B, situés en tête et en queue de vaisseau, à la même distance de O, reçoivent ce signal lumineux (**Fig. 1**).

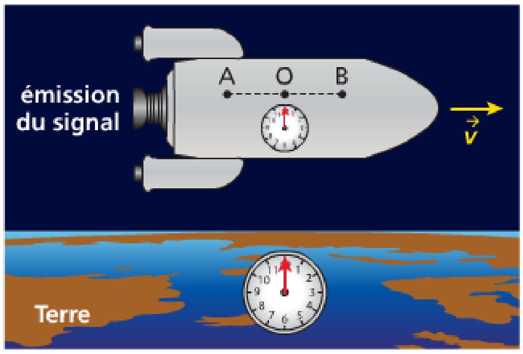


Figure1

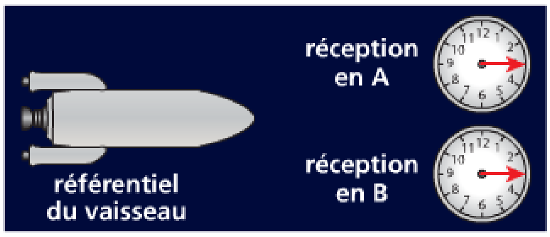


Figure 2

Figure 3

Dans le référentiel du vaisseau, les deux événements « A reçoit le flash » et « B reçoit le flash » sont simultanés puisque les distances à parcourir par le signal lumineux pour arriver en A ou en B sont les mêmes (**Fig. 2**).
Dans le référentiel terrestre, le capteur A se rapproche du point d'émission du flash, alors que le capteur B s'en éloigne. Comme la vitesse de la lumière est également c dans ce référentiel, A reçoit le signal avant B : les deux événements ne sont donc pas simultanés dans ce référentiel (**Fig. 3**).
Ce raisonnement est valable car la célérité de la lumière est la même dans tous les référentiels ; il n'est en revanche pas applicable à une onde mécanique.

2 – Dilatation du temps

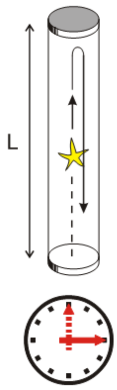
2.1 – Temps propre

La date à laquelle un événement un lieu dépend du référentiel ; la durée entre deux événements en dépend aussi.
Une durée propre est un intervalle de temps entre deux événements se produisant au même lieu de l'espace. Cette durée est mesurée avec l'horloge associée au référentiel propre des événements pour lequel ils ont lieu à un endroit fixe.
Par opposition, la durée entre deux événements se produisant en des lieux différents de l'espace est mesurée par une horloge associée au référentiel en mouvement par rapport au référentiel

propre. Ce n'est pas un intervalle de temps propre : on le nomme « durée mesurée » ou encore « durée impropre ».

2.2 – Dilatation des durées

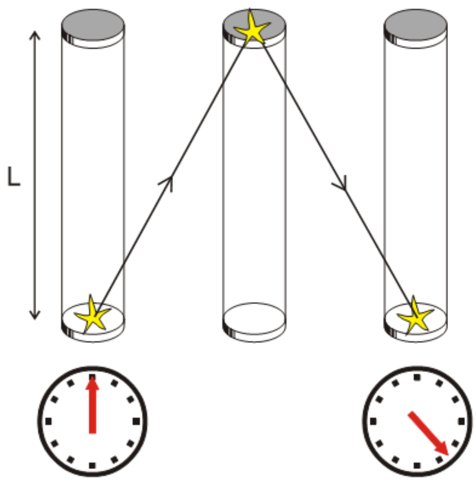
L'expérience de pensée suivante permet de déterminer la relation entre durée propre et durée mesurée.
On considère une « horloge à lumière » où une impulsion lumineuse effectue des va-et-vient dans un tube entre deux miroirs parallèles distants d'une longueur L. Un mécanisme compte le nombre d'allers et retours comme dans les horloges mécaniques normales.
Embarquons cette horloge dans un vaisseau en mouvement rectiligne uniforme de vitesse v par rapport à la Terre, et supposons que cette vitesse soit perpendiculaire au tube de l'horloge.
Mesurons l'intervalle de temps entre les événements « le signal part du miroir inférieur » et « le signal est reçu par le miroir inférieur ».

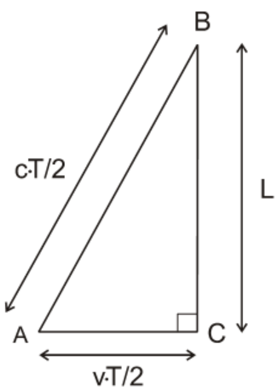


Dans le référentiel des astronautes, la distance 2L est parcourue à la vitesse de la lumière c pendant la durée propre T_o, et

$$T_o = \frac{2L}{c}$$

Pour nous terriens, l'horloge est en mouvement uniforme de vitesse v et le signal parcourt une distance plus longue. Toutefois, d'après le postulat d'Einstein, la vitesse du signal lumineux reste égale à c : le signal met un temps T/2 supérieur à $T_o/2$ pour parcourir la distance L entre les deux miroirs.





Le théorème de Pythagore appliqué au triangle rectangle (ABC) permet d'écrire

$$\left(c\frac{T}{2}\right)^2 = \left(v\frac{T}{2}\right)^2 + L^2$$

Comme $L = c\frac{T_o}{2}$, il vient

$$\left(c\frac{T}{2}\right)^2 = \left(v\frac{T}{2}\right)^2 + \left(c\frac{T_o}{2}\right)^2$$

En simplifiant par 2,

$$(cT)^2 = (vT)^2 + (cT_o)^2$$

Modifions l'ordre des termes :

$$(cT)^2 - (vT)^2 = (cT_o)^2$$

et factorisons par T^2,

$$(c^2 - v^2)T^2 = (cT_o)^2$$

Ainsi,

$$T^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} T_o^2 \quad \text{ou encore} \quad T^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} T_o^2$$

On obtient finalement l'expression du temps T mesuré sur Terre en fonction de celui T_o mesuré dans le référentiel des astronautes,

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} T_o = \gamma . T_o$$

où γ est appelé facteur de Lorentz.

<u>Quand faut-il tenir compte de la dilatation du temps ?</u>
L'écart entre T et To n'est significatif que pour des vitesses proches de c. Si v = 0,1c alors T = 1,005.To ; si v = 0,9c alors T = 2,3.To
Ainsi, pour des vitesses inférieures à c/10 (non-relativistes, cas des situations courantes), la dilatation des durées est négligeable.

Exemples numériques

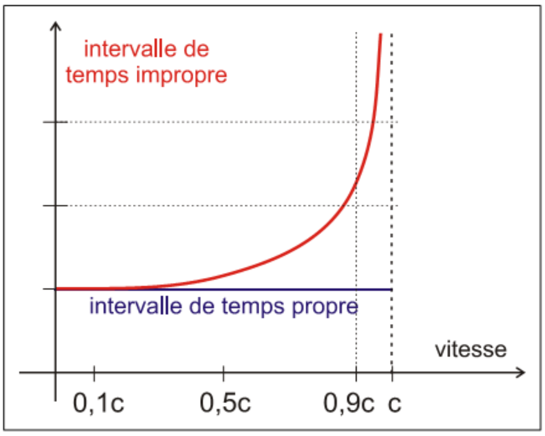
$v = 0{,}1c \Rightarrow \Delta t_{impropre} = 1{,}005 \cdot \Delta t_{propre}$

$v = 0{,}5c \Rightarrow \Delta t_{impropre} = 1{,}15 \cdot \Delta t_{propre}$

$v = 0{,}9c \Rightarrow \Delta t_{impropre} = 2{,}3 \cdot \Delta t_{propre}$

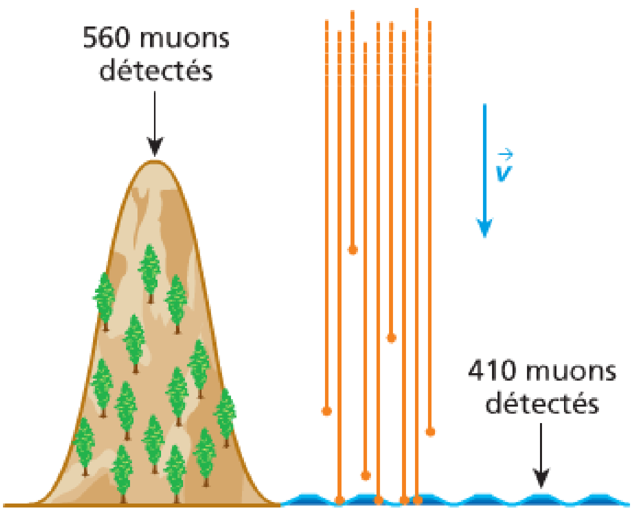
$v = 0{,}95c \Rightarrow \Delta t_{impropre} = 3{,}2 \cdot \Delta t_{propre}$

$v \to c \Rightarrow \Delta t_{impropre} \to \infty$,
quel que soit Δt_{propre}



2.3 – <u>Preuves expérimentales</u>

L'expérience des physiciens Bruno Rossi et David Hall, en 1941, est la première preuve expérimentale de la dilatation des durées.
Elle consiste à compter le nombre de muons détectés en une heure au sommet d'une montagne ainsi qu'au niveau de la mer.
Les muons sont des particules produites dans la haute atmosphère (dues au bombardement des particules cosmiques, à ~10 km d'altitude) qui se désintègrent spontanément pour donner d'autres particules.



Dans un référentiel où ils sont au repos, ils se désintègrent de sorte que la moitié des muons a disparu au bout d'une durée T_o = 1,5 µs. Cette durée a été estimée en laboratoire pour des muons animés d'une vitesse v = 0,995c et soulève une contradiction apparente : à cette vitesse, la distance parcourue est de 450 mètres au maximum…
Dans le référentiel terrestre, le trajet des muons entre l'altitude du sommet d'une montagne et le niveau de la mer dure 6,4 µs. Cette durée est supérieure à 4 To : il faudrait s'attendre à ce que la population de muons soit divisée quatre fois par 2 pendant cette durée. Or, lorsque 560 muons ont été détectés en altitude, 410 l'étaient encore au niveau de la mer…
Sans considération relativiste, il est impossible d'expliquer pourquoi autant de muons atteignent la surface terrestre. La durée entre les événements « le muon est au sommet de la montagne » et « le muon est au niveau de la mer » est une durée propre pour le muon, mais impropre pour un observateur terrestre. Compte tenu de leur vitesse relativiste, le temps nécessaire pour que la moitié des muons disparaisse est, dans le référentiel terrestre,

$$T = \frac{T_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1,5}{\sqrt{1-0,995^2}} = 15\ \mu s$$

Au bout de 6,4 µs, il est donc normal qu'il en reste plus de la moitié !

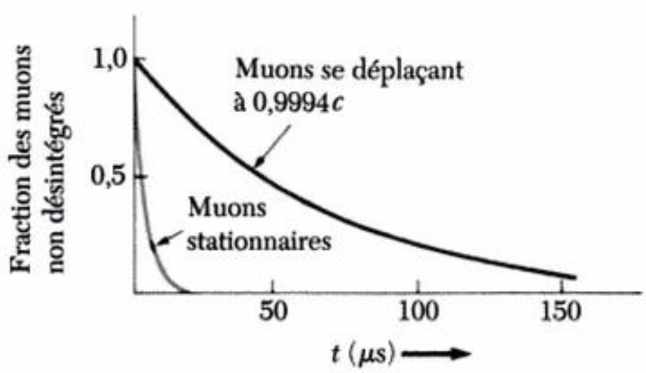


Figure 9.10 Courbes de désintégration des muons accélérés et des muons stationnaires.

ANNEXE : Effet Doppler et relativité
d'après Christian Magnan, Collège de France

Supposons que je vous envoie des balles à intervalle régulier, intervalle de temps que nous noterons T_{em} et qui constitue la période du phénomène, telle que je la mesure à l'émission. La vitesse des balles sera notée c de sorte que la distance entre deux balles (c'est-à-dire la longueur d'onde du phénomène périodique) est égale à $c\ T_{em}$. Si vous vous éloignez de moi dans la même direction que les balles (avec une vitesse qualifiée de « radiale »), vous allez cependant recevoir ces balles à une cadence inférieure car chaque balle aura à parcourir, du fait de votre éloignement, une distance *supérieure* à la longueur du trajet effectué par la balle qui la précède.

La distance supplémentaire qu'une balle doit parcourir par rapport à la précédente est la distance que vous allez couvrir (vous, le récepteur) dans l'intervalle de temps qui sépare la réception de la première balle et la réception de la deuxième. Nous conviendrons d'appeler T_{rec} cet intervalle de temps, lequel constitue en fait la *période* du phénomène telle que vous l'observez à la réception.

Écrivons alors que la distance totale parcourue par la deuxième balle pendant le temps T_{rec} à la vitesse c est la somme de la distance qu'elle aurait parcourue si vous étiez restée au repos et de la distance que vous avez parcourue réellement à la vitesse v. Algébriquement nous écrivons

$$c\ T_{rec} = c\ T_{em} + v\ T_{rec} \tag{1}$$

Nous en déduisons

$$T_{rec} = \frac{T_{em}}{1-\frac{v}{c}} \tag{2}$$

La vitesse v peut être positive (vous vous éloignez, comme dans le raisonnement) ou négative (dans ce cas vous vous rapprochez). On constate que si vous vous éloignez à une vitesse supérieure à la vitesse des balles c, vous ne recevez plus aucune balle (algébriquement, T_{rec} tend vers l'infini quand v tend vers c et si v augmente encore la formule (2) n'a plus de sens).

Supposons que ce soit moi maintenant qui me déplace, en m'éloignant de vous à la vitesse v. Les balles seront plus espacées les unes des autres car pendant le temps T_{em} qui sépare deux lancers, j'aurai reculé de la distance $v\ T_{em}$. Cette quantité mesure l'accroissement de l'intervalle de distance entre les balles, lequel passera donc de $c\ T_{em}$ à $(c + v)\ T_{em}$, quantité qui représente la nouvelle longueur d'onde du phénomène $c\ T_{rec}$. Comme dans le cas précédent, continuons à raisonner sur la période T_{rec} du phénomène, qui devient (temps = distance sur vitesse)

$$T_{rec} = \frac{T_{em}\left(c+v\right)}{c} \tag{3}$$

ou

$$T_{rec} = T_{em}\left(1+\frac{v}{c}\right) \tag{4}$$

L'effet Doppler est l'effet décrit par les formules (2) et (4). Il correspond au changement de période (et donc de fréquence, la fréquence étant l'inverse de la période) que subit un phénomène périodique quelconque (onde sonore, onde lumineuse, etc) lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie. En astronomie on s'intéresse au changement de fréquence de la lumière lorsque l'astre émetteur s'éloigne (cas fréquent, d'où la convention de signe adoptée) ou se rapproche.

Si l'on tient compte des effets relativistes, les formules de l'effet Doppler sont à modifier et conduisent à une seule formule, symétrique par rapport à l'émetteur et au récepteur, de sorte qu'il n'est plus besoin de préciser qui se déplace (ce qui est rassurant en relativité puisque celle-ci a précisément été conçue dans ce but !). Les horloges ralentissent dans le repère en mouvement, ce qui rend les temps mesurés *plus courts* du fameux facteur $[1 - (v / c)^2]^{½}$ par rapport au repère immobile. En introduisant ce facteur dans la formule (2) pour le temps T_{rec} correspondant au repère en mouvement (le récepteur) et dans la formule (4) pour le temps T_{em} (c'est l'émetteur qui est en mouvement), on aboutit à la formule unique

$$Trec = Tem\frac{1+\beta}{\left(1-\beta^2\right)^{1/2}} \qquad (5)$$

où

$$\beta = \frac{v}{c} \qquad (6)$$

En utilisant maintenant la longueur d'onde du rayonnement, on peut écrire le rapport de la longueur d'onde reçue λ_{rec} à la longueur d'onde émise λ_{em} comme

$$\frac{\lambda_{rec}}{\lambda_{em}} = \frac{1+\beta}{\left(1-\beta^2\right)^{1/2}} \qquad (7)$$

Lorsque la vitesses relative de déplacement de la source et du récepteur est petite par rapport à la vitesse de la lumière, c'est-à-dire lorsque $\beta \ll 1$, le facteur Doppler peut se calculer pratiquement par la formule plus connue

$$\frac{\lambda_{rec}}{\lambda_{em}} = 1+\beta \qquad (8)$$

équivalente à

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \beta \equiv \frac{v}{c} \qquad (9)$$

où $\Delta \lambda$ est le décalage en longueur d'onde.

Une dernière précision : d'après le raisonnement, l'effet Doppler ne résulte que de la variation de distance entre source et récepteur et ne fait donc intervenir que la composante v_{rad} de la vitesse le long de la direction de la lumière (ou composante radiale). En revanche la correction relativiste de ralentissement d'horloge prend en compte la vitesse totale v. Les détails du calcul sont subtils car par exemple les changements de repère en relativité affectent les mesures d'angle et donc la direction de la lumière (c'est l'effet d'aberration) de sorte que la vitesse radiale n'est pas la même dans un repère et dans l'autre. La formule générale correspondant à l'effet global observé est, en mesurant la vitesse radiale *dans le repère du récepteur* (la Terre) et en la comptant comme positive en cas d'éloignement de la source :

$$\frac{\lambda_{rec}}{\lambda_{em}} = \frac{1+\left(\frac{v_{rad}}{c}\right)_{rec}}{\left(1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{1/2}} \tag{10}$$

La théorie esquissée dans cette annexe ne prétend pas épuiser le sujet de l'effet Doppler. Pour résoudre entièrement le problème, il faut en passer par les formules de changement de repères de la relativité (qu'on appelle les transformations de Lorentz). Pour illustrer le caractère abstrait du formalisme mis en oeuvre et l'impossibilité de le remplacer par de simples raisonnements physiques indiquons par exemple que si on exprime les angles (et donc la vitesse radiale) dans le repère de l'*émetteur* (l'étoile), la formule (10) devient :

$$\frac{\lambda_{rec}}{\lambda_{em}} = \frac{\left(1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{1/2}}{1-\left(\frac{v_{rad}}{c}\right)_{em}} \tag{11}$$